EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO

EQUAZIONI MONOMIE
Si dice monomia un'equazione che, ridotta a forma canonica, è del tipo:

$$ax^n = 0$$

con a,b $\in$ **R+** e **n** $\in$ **N***.
Il numero naturale n determina il grado dell'equazione. La sua soluzione è x=0 contato n volte

EQUAZIONI BINOMIE
Si dice binomia un'equazione che, ridotta a forma canonica, è del tipo:

$$ax^n + b = 0$$

con a,b $\in$ **R+** e **n** $\in$ **N***.
Il numero naturale n determina il grado dell'equazione.

Soluzione: per risolverla si riduce l'equazione nella forma: $x^n = -\frac{b}{a}$ e si osserva che:

-se n è pari <u>ho soluzioni reali solo se il secondo membro è positivo</u> quindi:

$$-\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \text{nessuna soluzione}$$

$$-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow 2 \text{ soluzioni } x_{1,2} = \pm\sqrt[n]{-\frac{b}{a}}$$

-se n è dispari <u>ho sempre e solo una soluzione reale</u> (esistendo sempre la radice di indice dispari)

$$-\frac{b}{a} > 0, -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow 1 \text{ soluzione } x = \sqrt[n]{-\frac{b}{a}}$$

EQUAZIONE TRINOMIE
Si dice trinomia un'equazione la cui forma canonica è del tipo:

(1) $$ax^{2n} + bx^n + c = 0$$

dove a, b, c sono numeri reali ed n $\in$ **N***.
Tra le trinomie ricordiamo in particolare le BIQUADRATICHE per n=2:

(2) $$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Soluzione delle trinomie in generale:
Per risolvere tali equazioni si ricorre ad una sostituzione:

(3) $$x^n = y$$

che permette di ricondursi alla soluzione di un'equazione di secondo grado, infatti la (1) diventa:

(4) $$ay^2 + by + c = 0$$

questa equazione di secondo grado darà 0, 1 o 2 soluzioni **y** a seconda del valore di delta .
Per ricavare i corrispondenti valori di x si dovrà sostituire il valore (o valori) di **y** trovati nella (3) che è una equazione binomia e risolverla.
Le soluzioni dipendono quindi dalla soluzione della (3). Si può allora affermare che:

-se n è pari la (1) ammette soluzioni reali solo se esiste almeno un valore di y reale positivo
-se n è dispari la (1) ammette soluzioni reali se esiste un valore reale per y.

Nel caso n pari è dunque utile conoscere la regola di Cartesio che consente di stabilire il segno delle soluzioni della (4) senza risolverla; se entrambe risultano negative è perfettamente inutile la soluzione della (1) .

Inventa 2 monomie, 4 binomie e 6 trinomie e risolvile.